

Варыгина М. П., Буров А. Е.
M. P. Varygina, A. E. Burov

ВЛИЯНИЕ ТОПОЛОГИИ ПОРИСТЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУР НА СВОЙСТВА ТРУБЧАТЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И КРУЧЕНИИ

INFLUENCE OF POROUS PERIODIC STRUCTURES TOPOLOGY ON BEHAVIOR OF TUBULAR ELEMENTS UNDER TENSION AND TORSION

Варыгина Мария Петровна – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Федерального исследовательского центра информационных и вычислительных технологий (Россия, Красноярск); тел. 8(391)227-49-34. E-mail: vmp@ict.nsc.ru.

Maria P. Varygina – PhD in Physics and Mathematics, Senior Researcher, Federal Research Center for Information and Computational Technologies (Russia, Krasnoyarsk); tel. 8(391)227-49-34. E-mail: vmp@ict.nsc.ru.

Буров Андрей Ефимович – кандидат технических наук, ведущий научный сотрудник Федерального исследовательского центра информационных и вычислительных технологий (Россия, Красноярск); тел. 8(391)227-29-12. E-mail: aeburov@ict.nsc.ru.

Andrey E. Burov – PhD in Engineering, Leading Researcher, Federal Research Center for Information and Computational Technologies (Russia, Krasnoyarsk); tel. 8(391)227-29-12. E-mail: aeburov@ict.nsc.ru.

Аннотация. В работе представлены результаты конечно-элементного моделирования трубчатых элементов конструкции, состоящих из трижды периодических минимальных поверхностей, под действием осевого растяжения и кручения. Показано влияние размера и типа структуры при сохранении объёма элементарной ячейки на напряжённое состояние и жёсткость трубчатого элемента.

Summary. Results of finite element modeling of tubular structural elements consisting of triply periodic minimal surfaces under axial tensile and torsion are presented in this paper. The influence of the size and structure type with equal volume of elementary cell on stress state and stiffness of tubular element is shown.

Ключевые слова: трижды периодические минимальные поверхности, трубчатый элемент, конечно-элементный анализ, напряжённое состояние, примитивы Шварца, поверхности ИВП Шоэна.

Key words: triply periodic minimal surfaces, tubular element, finite element analysis, stress state, Schwarz primitive, Schoen I-WP surface.

УДК 539.37

Введение. Возможности многоматериальной печати, предоставляемые аддитивным производством, способны обеспечить достаточную точность при изготовлении сложных пористых структур [4; 12]. За счёт настраиваемой геометрии механические метаматериалы, тип которых включает структуру, основанную на трижды периодических минимальных поверхностях (triply periodic minimal surface, TPMS), оказываются более предпочтительными, чем традиционные сотовые или пористые структуры, благодаря высоким удельным показателям механических характеристик. TPMS представляют собой поверхности, состоящие из точек со средней кривизной, равной нулю, и проявляющие пространственную симметрию и периодичность. Гладкие поверхности таких структур могут быть выражены математическими функциями, изменением параметров которых можно контролировать пористость и площадь поверхности [8].

В последние годы на основе TPMS были разработаны различные конструкции для контроля вибрации [19], поглощения энергии [14] и звука [17], включая многослойные пластины [1], пены, соты, решётки [15]. Они применяются также для улучшения характеристик теплообменников [7; 18], мембран [5], костных имплантов [20]. Несмотря на то что инструменты проектирования и анализа TPMS достаточно хорошо разработаны, некоторые аспекты их механического поведения

требуют дополнительных исследований. Прежде всего это относится к сравнительной оценке их механического поведения при различных видах нагружения.

Трубчатые элементы являются структурными составляющими сложных конструкций во многих отраслях. В работе [6] представлено экспериментальное исследование многослойных трубчатых элементов, составленных из нескольких видов TPMS. Работа [16] посвящена численному и экспериментальному исследованию поведения цилиндрических решётчатых структур, составленных из элементарных ячеек гироида, при сжатии. В работе [13] изучалось напряжённо-деформированное состояние конструкций, составленных из структур на основе примитивов Шварца (Schwarz Primitive) и ИВП Шоэна (Schoen I-graph Wrapped Package) при сжатии.

В данной работе представлены результаты численного анализа механического отклика трубчатых элементов конструкции, составленных из двух типов TPMS, при осевом растяжении и кручении. Особое внимание уделяется подготовке геометрии TPMS для создания численных моделей. Основной целью является оценка влияния топологии и геометрических параметров TPMS на напряжённое состояние и жёсткостную эффективность трубчатых элементов.

Подготовка геометрии. В работе рассматриваются конструкции, составленные из двух типов трижды периодических минимальных поверхностей: ИВП [11] и примитив [21]. Эти поверхности могут быть описаны с использованием метода, основанного на неявных функциях:

$$f(x, y, z) \leq |t|, \quad (1)$$

где t – параметр.

Неявные функции $f_i(X, Y, Z)$ и $f_p(X, Y, Z)$ для поверхностей ИВП и примитива соответственно задаются следующим образом [11] (см. рис. 1):

$$f_i(X, Y, Z) = 2(\cos X \cos Y + \cos Y \cos Z + \cos X \cos Z) - (\cos 2X + \cos 2Y + \cos 2Z),$$

$$f_p(X, Y, Z) = \cos X + \cos Y + \cos Z,$$

где $X = 2\pi x/a$; $Y = 2\pi y/a$; $Z = 2\pi z/a$, здесь a – размер элементарной единичной ячейки.

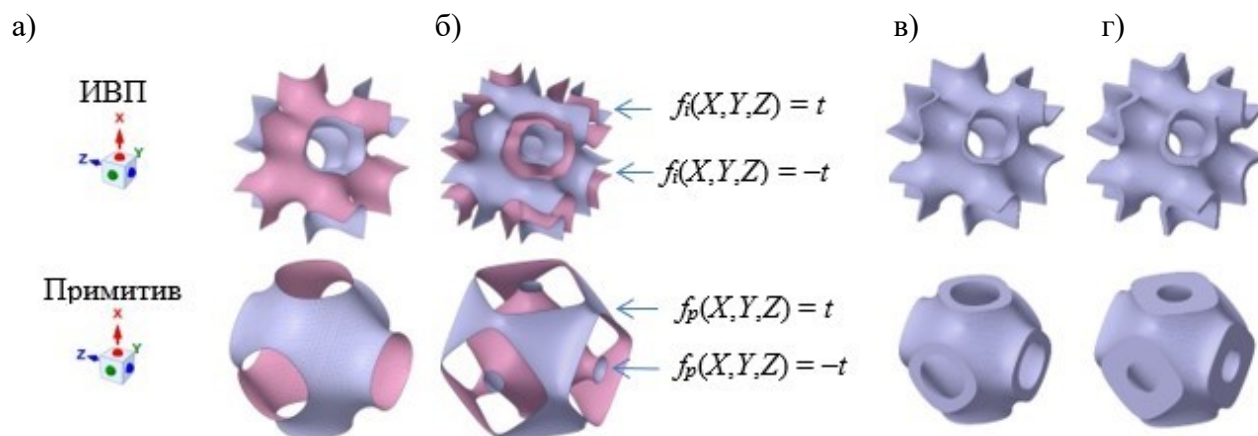


Рис. 1. Структуры TPMS: а – поверхности при $t = 0$; б – поверхности, ограниченные неравенством (1); в – элементарные ячейки при относительной плотности 0,33; г – элементарные ячейки при относительной плотности 0,66

При $t = 0$ генерируемая поверхность делит всё пространство на два равных объёма (см. рис. 1, а). При $t \neq 0$ поверхность смещена относительно поверхности с нулевым значением t . С помощью неравенства (1) можно определить область между поверхностями со значениями t и $-t$ (см. рис. 1, б). Меньшему значению t соответствует меньшая толщина стенки элементарной ячейки. Параметр t напрямую влияет на относительную плотность структуры ρ' , определяемую как доля объёма материала, который занимает структура: $\rho' = \frac{V_c}{V}$, где V_c – объём структуры; V – объём

области, ограничивающей структуру. Относительная плотность структуры является одним из важных параметров, который следует учитывать при проектировании и анализе конструкций. На рис. 1, в-г показаны элементарные ячейки примитива и ИВП при относительной плотности 0,33 и 0,66 соответственно.

Этапы построения численной модели включают в себя создание элементарной ячейки, соответствующей топологии TPMS, преобразование к цилиндрической системе координат, регуляризацию фасетной геометрии, генерацию конструкции на основе пористых периодических структур и её конечно-элементную дискретизацию (см. рис. 2).

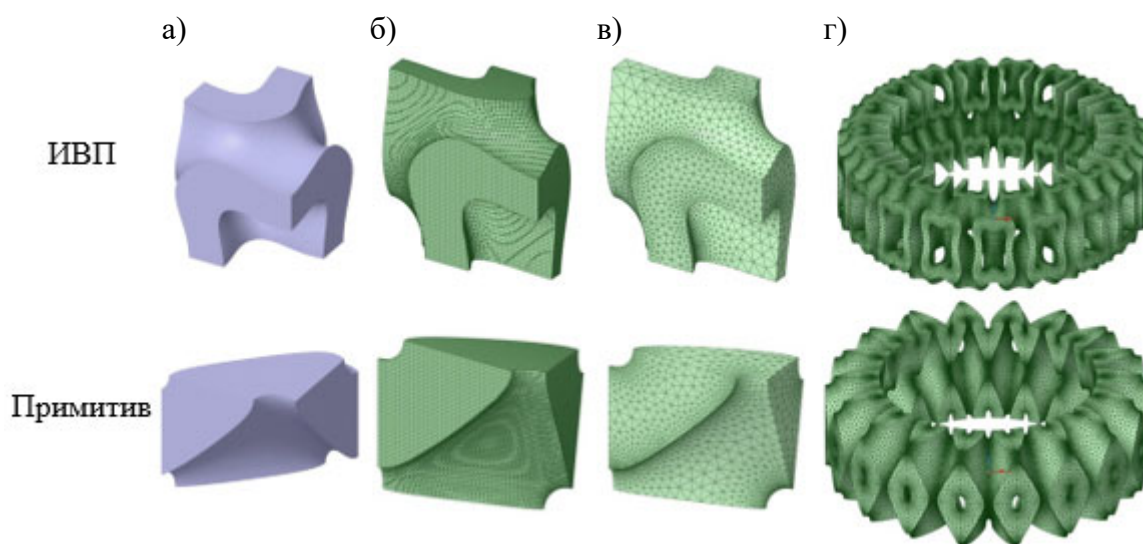


Рис. 2. Этапы подготовки геометрии: а – $\frac{1}{4}$ элементарной ячейки в декартовой системе координат; б – $\frac{1}{4}$ элементарной ячейки в цилиндрической системе координат; в – регуляризация фасетной геометрии; г – построение конструкции из элементарных ячеек

На основе программ для автоматической генерации stl-файлов основных типов TPMS [2, 10] была разработана программа для построения фасетной геометрии трубчатых элементов. В силу симметрии структур ИВП и примитивов для создания геометрии всей конструкции достаточно построить $\frac{1}{4}$ часть элементарной ячейки. Для получения трубчатого элемента необходимо выполнить преобразование из декартовой в цилиндрическую систему координат набора вершин построенной части элементарной ячейки (см. рис. 2, б). Поскольку программы для проектирования фасетной геометрии поверхностей не оптимизированы для численного анализа, сгенерированная сетка может содержать ряд элементов, формы которых оказываются неприемлемыми для проведения расчётов, как отмечается в ряде работ [3; 9]. Поэтому для получения качественной конечно-элементной сетки требуется проводить ряд шагов по регуляризации фасетной геометрии с использованием инструментов сглаживания и перестроения сетки. Узлы сетки перераспределяются на поверхности с минимальным отклонением от исходной геометрии таким образом, что элементы принимают форму, близкую к равносторонним треугольникам, без острых углов.

В данной работе регуляризация проводилась средствами приложения SpaceClaim программного комплекса ANSYS (см. рис. 2, в). На рис. 3 показаны фрагменты элементарной ячейки примитива до и после регуляризации. Отклонение от первоначальной поверхности составляет не более 1 %. На последнем этапе с помощью операций отражения и копирования объектов генерируется фасетная геометрия трубчатых элементов (см. рис. 2, г).

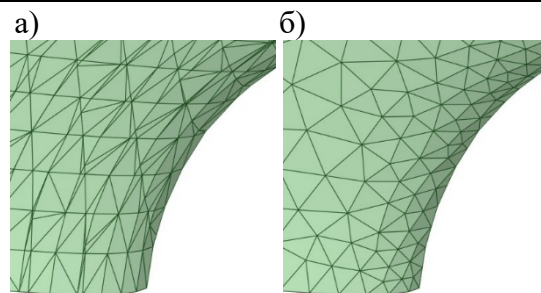


Рис. 3. Фрагмент элементарной ячейки примитива: а – исходное разбиение; б – после регуляризации

Численное моделирование. В данной работе рассматривались трубчатые элементы, составленные из повторяющихся ячеек ИВП и примитива. Размеры элементарной ячейки a выбирались равными 10 и 20 мм. Высота цилиндра $L = 20$ мм, внутренний и внешний радиусы равны соответственно 20 и 30 мм. Для заданных размеров элементарной ячейки методом золотого сечения выполнялся поиск параметра t , при котором относительная плотность конструкции составляет 0,5. Сохранение одинакового объёма позволяет проводить сравнение уровня напряжений и жёсткости. На рис. 4 представлены конечно-элементные дискретизации двух типов структур для двух размеров элементарной ячейки.

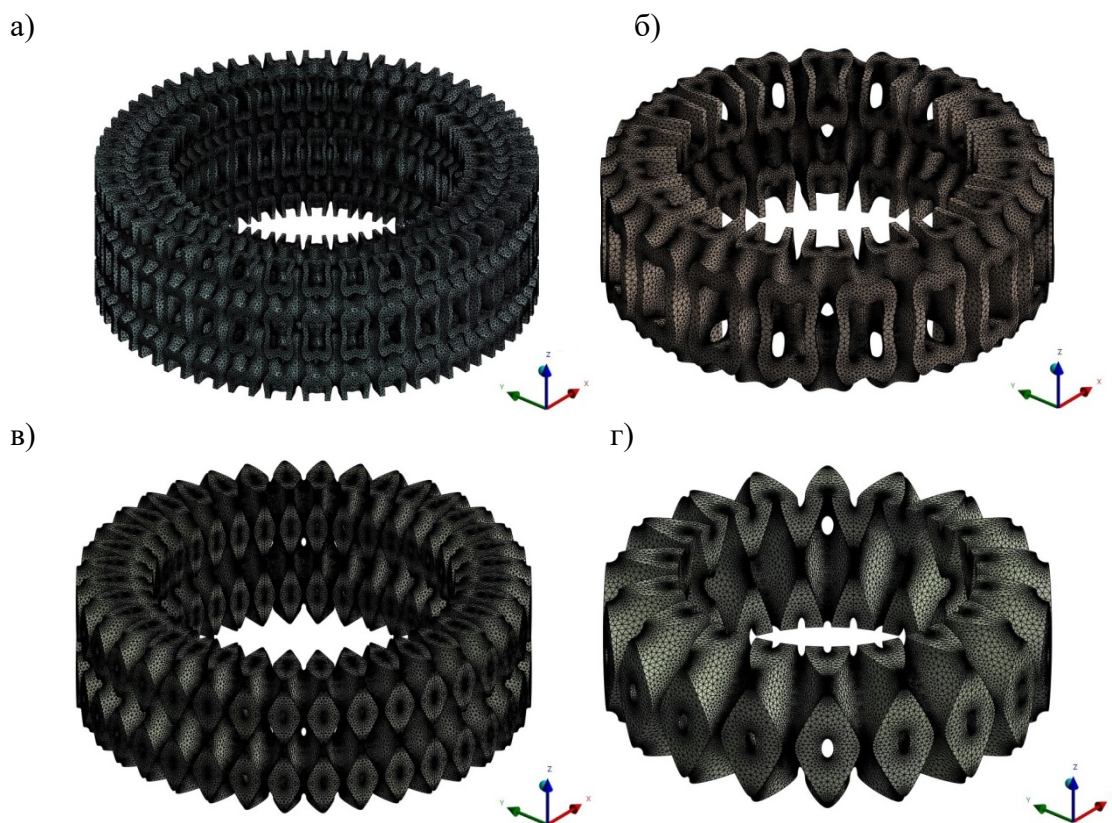


Рис. 4. Трубчатые элементы, составленные из повторяющихся ячеек TPMS:
а – ИВП, $a = 10$ мм; б – ИВП, $a = 20$ мм; в – примитив, $a = 10$ мм; г – примитив, $a = 20$ мм

В численных расчётах были приняты следующие упругие постоянные материала: модуль Юнга $E = 1943$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,43$. Параметры материала близки к параметрам фотополимерной смолы. Расчёты проведены в среде Ansys Mechanical для двух типов нагружения.

В первом случае на верхних площадках трубчатых элементов действовала растягивающая нагрузка 10 000 Н вдоль оси Z. Во втором случае на верхних площадках перемещение составило 1° вокруг оси Z. Нижние поверхности жёстко закреплены.

В табл. 1 приведены значения максимальных эквивалентных напряжений и коэффициента жёсткости элементов. Коэффициент жёсткости при растяжении определялся как отношение силы к вызванному ею перемещению. Согласно данным таблицы, примитивы более податливы по сравнению со структурой ИВП. Параметр a также влияет на механический отклик: его возрастание ведёт к снижению жёсткости трубчатого элемента и возрастанию уровня напряжений. Коэффициент жёсткости при кручении определялся как отношение крутящего момента к углу закручивания. В этом случае примитивы более жёсткие, чем ИВП. Для примитивов жёсткость находится в прямой зависимости от размера элементарной ячейки, а для структуры ИВП – в обратной.

Таблица 1

Расчётные значения максимальных эквивалентных напряжений и коэффициентов жёсткости при растяжении и кручении

Тип структуры	a , мм	t	Растяжение		Кручение	
			$\sigma_{eq. tens. max}$, МПа	$k_{stiff. tens}$, Н/м	$\sigma_{eq. tors. max}$, МПа	$k_{stiff. tors}$, Н·м/рад
ИВП	10	1,843	32,47	$6,14 \cdot 10^7$	70,18	$3,31 \cdot 10^5$
	20	1,849	51,56	$5,73 \cdot 10^7$	73,44	$2,96 \cdot 10^5$
Примитив	10	0,871	81,66	$5,40 \cdot 10^7$	104,29	$3,45 \cdot 10^5$
	20	0,873	102,09	$5,02 \cdot 10^7$	100,27	$3,62 \cdot 10^5$

Результаты численных расчётов показаны на рис. 5-6 для трубчатых образцов с размером элементарной ячейки $a = 20$. Представлены распределения эквивалентных напряжений по Мизесу для трубчатого элемента и $\frac{1}{2}$ части элементарной ячейки.

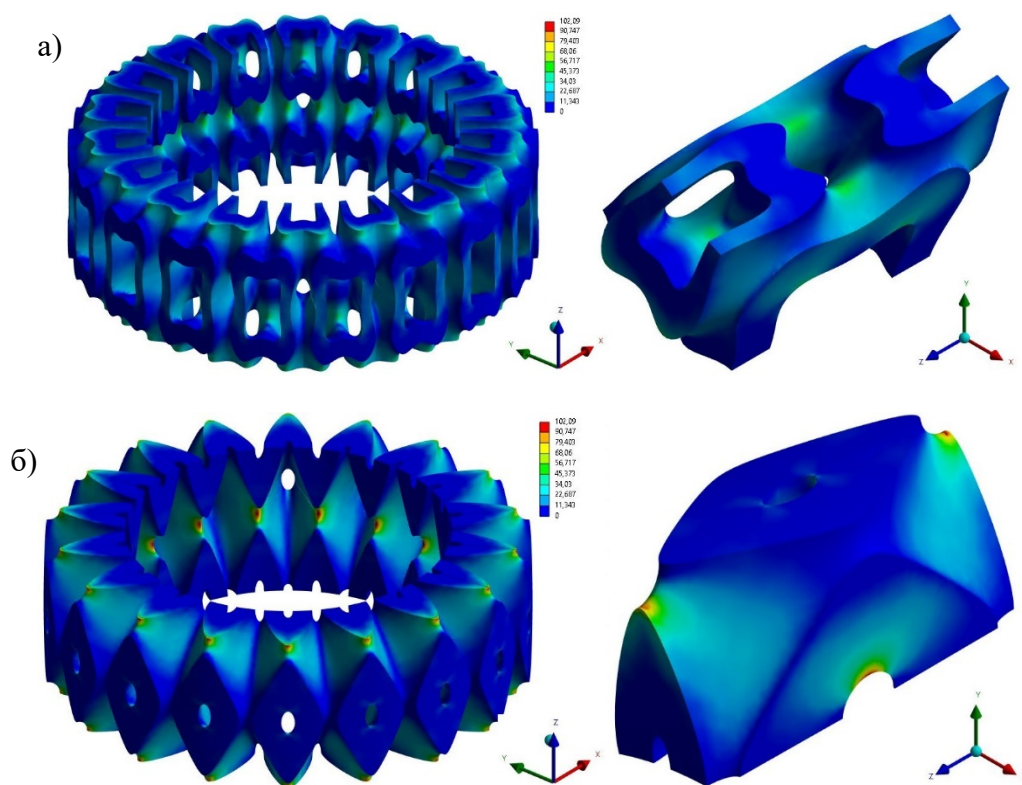


Рис. 5. Растяжение: распределение эквивалентных напряжений по Мизесу (в МПа): а – ИВП, б – примитив

Для двух типов TPMS концентрация напряжений наблюдается в местах резкого изменения геометрии, прежде всего в сечениях, ослабленных отверстиями. Для примитивов значения максимальных напряжений выше, чем для ИВП. При растяжении увеличение размера элементарной ячейки приводит к увеличению уровня максимальных напряжений. При кручении изменение размера элементарной ячейки приводит к незначительным изменениям уровня напряжений.

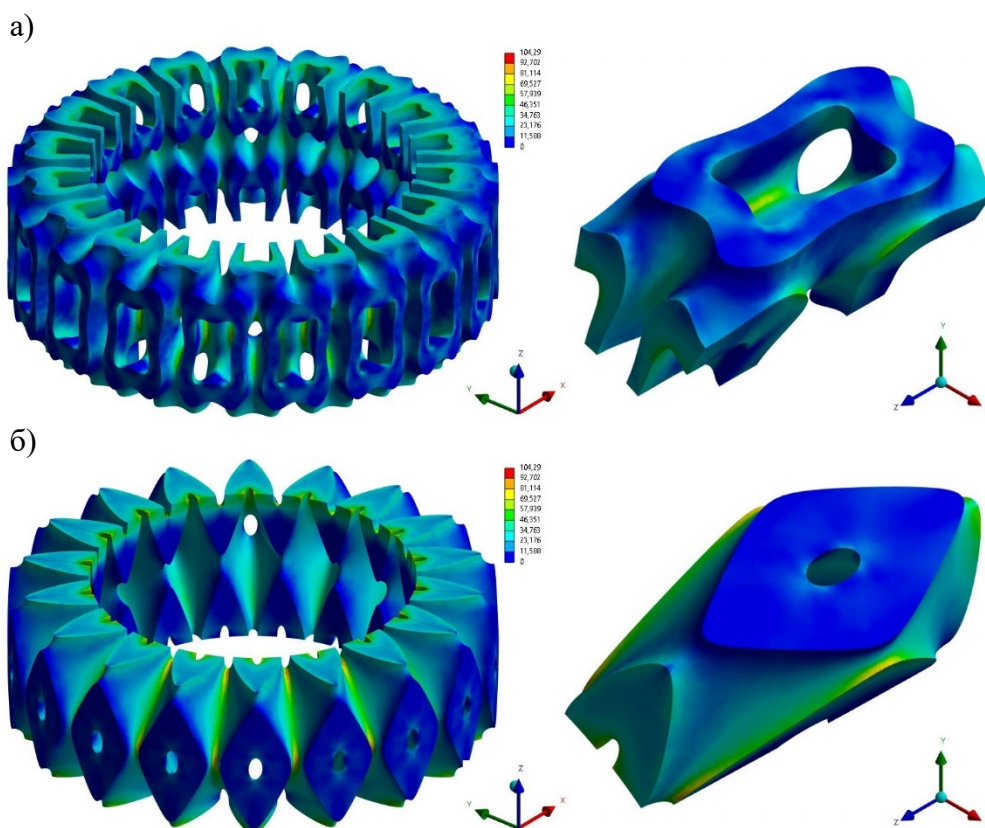


Рис. 6. Кручение: распределение эквивалентных напряжений по Мизесу (в МПа): а – ИВП, б – примитив

Заключение. Объектом исследований настоящей работы является трубчатый элемент конструкции, стенки которого состоят из TPMS различной топологии при сохранении объёма элементарной ячейки. Результаты конечно-элементного моделирования свидетельствуют о выраженном влиянии структуры TPMS на напряжённое состояние и жёсткость составленных из них конструктивных элементов. Для примитивов уровень напряжений выше, чем для структуры ИВП при аналогичных параметрах. При растяжении обеих структур уменьшение размера элементарной ячейки ведёт к большей жёсткости и меньшим максимальным напряжениям. При кручении трубчатый элемент на основе структуры ИВП становится более жёстким с уменьшением размера элементарной ячейки, а для примитивов наблюдается обратная картина.

ЛИТЕРАТУРА

1. Соловьев, И. А. Экспериментальное моделирование трёхточечного изгиба аддитивно изготовленных трёхслойных композитных пластин с тетракиральным наполнителем / И. А. Соловьев, М. В. Шитикова // Учёные записки Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета. Науки о природе и технике. – 2022. – № V (61). – С. 18-25.
2. Al-Ketan, Oraib and Abu Al-Rub, Rashid K. MSLattice: A free software for generating uniform and graded lattices based on triply periodic minimal surfaces // Material Design & Processing Communications. – 2021. – V. 3 (2). – P. 1-10.

3. Bean, Philip; Lopez-Anido, Roberto A. and Vel, Senthil Numerical modeling and experimental investigation of effective elastic properties of the 3D printed gyroid infill // *Applied Sciences*. – 2022. – V. 12. – P. 2180.
4. Feng, Jiawei; Fu, Jianzhong; Yao, Xinhua and He, Yong Triply periodic minimal surface (TPMS) porous structures: from multi-scale design, precise additive manufacturing to multidisciplinary applications // *International Journal of Extreme Manufacturing*. – 2022. – V. 4. – P. 022001.
5. Hesselman, F.; Hawles, M.; Bongartz, P.; Wessling, Matthias et al. TPMS-based membrane lung with locally-modified permeabilities for optimal flow distribution // *Scientific Reports*. – 2022. – V. 12. – P. 7160.
6. Hussain, S.; Nazir, A.; Waqar, S.; Ali, Usman et al. Effect of additive manufactured hybrid and functionally graded novel designed cellular lattice structures on mechanical and failure properties // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2023. – V. 128. – P. 4873-4891.
7. Liu, J.; Cheng, D.; Oo, K.; McCrimmon, Ty-Liyah et al. Design and additive manufacturing of TPMS heat exchangers // *Applied Sciences*. – 2024. – V. 14 (10). – P. 3970.
8. Luo, Z.; Tang, Q.; Ma, S.; Wu, X. et al. Effect of aspect ratio on mechanical anisotropy of lattice structures // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2024. – V. 270. – P. 109111.
9. Piedra, S.; Gómez-Ortega, A.; Pérez-Barrera, J. Prediction of flow properties of porous triply periodic minimal surface (TPMS) structures // *Fluids*. – 2023. – V. 8. – P. 312.
10. Raju, S. Kamal K.; Onkar, Prasad S. Lattice_Karak: Lattice structure generator for tissue engineering, light-weighting and heat exchanger applications // *Software Impacts*. – 2022. – V. 14. – P. 100425.
11. Schoen, Alan H. Infinite periodic minimal surfaces without self-intersections. Washington, DC: NASA, 1970. – 92 p.
12. Siddique, Shakib H.; Hazell, Paul J.; Wang, Hongxu; Escobedo, Juan P. et al. Lessons from nature: 3D printed bio-inspired porous structures for impact energy absorption – A review // *Additive Manufacturing*. – 2022. – V. 58. – P. 103051.
13. Varygina, M. P. Numerical analysis of deformation under compression of structures based on triply periodic minimal surfaces // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2024. – №. 4. – P. 47-56.
14. Wan, M.; Hu, D.; Zhang, H. and Zhang, Z. Energy absorption characteristics of TPMS-filled square tubes under quasi-static axial crushing // *Thin-Walled Structures*. – 2024. – V. 199. – P. 111811.
15. Wang, E.; Yao, R.; Li, Q.; Hu, X. et al. Lightweight metallic cellular materials: A systematic review on mechanical characteristics and engineering applications // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2024. – V. 270. – P. 108795.
16. Wang, Y.; Ren, X.; Chen, Z.; Jiang, Y. et al. Numerical and experimental studies on compressive behavior of Gyroid lattice cylindrical shells // *Materials and Design*. – 2020. – V. 186. – P. 108340.
17. Xiang-nan, K.; Bin, L.; Zhong-Hua, L.; Peng-Fei, Z. et al. Research on sound absorption properties of tri-periodic minimal surface sandwich structure of selective laser melting titanium alloy // *Materials Transactions*. – 2023. – V. 64 (4). – P. 861-868.
18. Yeranee, K.; Rao, Y. A review of recent investigations on flow and heat transfer enhancement in cooling channels embedded with triply periodic minimal surfaces (TPMS) // *Energies*. – 2022. – V. 15. – P. 8994.
19. Zhang, C.; Qiao, H.; Yang, L.; Ouyang, W. et al. Vibration characteristics of additive manufactured IWP-type TPMS lattice structures // *Composite Structures*. – 2024. – V. 327. – P. 117642.
20. Zhao, Y.; Wu, Q.; Zhao, C.; Zhou, H. et al. Progress of structural scaffold biomaterials for bone tissue defect repair: A cutting-edge review // *Composite Structures*. – 2024. – V. 349-350. – P. 118542.
21. Schwarz, H. A. *Gesammelte Mathematische Abhandlungen*. Berlin / Heidelberg: Springer, 1890. – 358 p.